

$n$	$x_n$	$y_n$
1	15	4
2	449	120
3	13455	3596
4	$x = 4013209$	107760
5	$412708257$	322920
6	$352074040^2 + 1$	9026830

Next for the numbers  $x, y, z$  of cows of the same respective color the first appears on lines 17-26. As an example  $x = (\frac{1}{3} + \frac{1}{4})y$ ,  $z = \frac{1}{5} + \frac{1}{7}y$ .  
 $y = (\frac{1}{9} + \frac{1}{5})(z+2)$ ,  $4 = (\frac{1}{6} + \frac{1}{7})(z+x)$   
 $\sqrt{14} = 3 + \frac{1}{1}$

The first part of the problem is just linear algebra, and there is indeed a Pell-type  $\sqrt{14}$  periodic integers. The continued fraction of  $\sqrt{14}$  is  $[3; \overline{2, 6}]$ . The convergents are  $\frac{p}{q}$  where  $p^2 - 14q^2 = \pm 1$ . The solutions to  $x^2 - 14y^2 = 1$  are  $(x, y) = (1, 0), (3, 1), (17, 4), (99, 26), (571, 151), \dots$

$m = 4697$ ,  $n = 115$   
 $x + y = 4697 \cdot 38284k$   
 $z + t = 4697 \cdot 2471 \cdot a$   
 $z = 14 \cdot \frac{z+t}{14} = 14 \cdot \frac{4697 \cdot 2471 \cdot a}{14} = 4697 \cdot 2471 \cdot a$   
 $(15 + 4\sqrt{14})^2 = 449 + 120\sqrt{14}$ , so  $x_2 = 449$

$$x = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)y = t,$$

$$y = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)z + t,$$

$$z = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)x + t$$

Next for the numbers  $x', y', z', t'$  of 'cols' of the same respective colors, the fact requires in W. 17-26

$$x' = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)(y + y'), \quad z' = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right)(t + t')$$

$$y = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)(z + z'), \quad t' = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)(x + x')$$

The first part of the problem is just linear algebra, and there is indeed a solution in positive integers.

The general solution to the first three equations is given

$$(x, y, z, t) = m \cdot (2266, 1602, 1520,$$

$$4657), \quad m = 4657$$

$$x + y = 4657 \cdot 3828 = k$$

$$z + t = 4657 \cdot 2471 = k$$

$$z + t$$

$$k^2 = 8(z + t) + 1 = 8 \cdot 4657 \cdot 2471 \cdot a^2 = 1$$



TALLINNA LINNATEATER

www.linnateater.ee

David Auburn

**T Õ E S T U S**

David Auburn

# TÕESTUS

(Proof)

Inglise keelest tõlkinud Anu Lamp

Lavastaja **Ain Prosa**

Kunstnik **Aime Unt**

Helilooja **Ardo R. Varres**

Näidend kahes vaatuses

Trupp tänab TTÜ Küberneetika  
Instituudi vanemteadur Ülle Kottat  
ja proua Urve Auksi lahke abi eest.

Esietendus 20. aprillil 2002  
väikeses saalis

Teatri peanäitejuht Elmo Nüganen  
Teatri direktor Raivo Põldmaa



TALLINNA LINNATEATER



## **Osades:**

Robert	Andres Ots
Catherine	Elisabet Tamm
Hal	Andres Raag
Claire	Liina-Riin Olmaru või Evelin Pang

## **Etenduse juht** Piret Ostrov

### **Tegevusaeg:**

I vaatus

1. ja 2. stseen - 4. september sel aastal

3. ja 4. stseen - 5. september sel aastal

II vaatus

1. stseen - 4. september neli aastat  
varem

2. stseen - 5. september sel aastal

3. stseen - 6. september sel aastal

4. stseen - 18. detsember neli aastat  
varem

5. stseen - 13. september sel aastal



## **David Auburn**

David Auburn sündis 1969. aastal Chicagos ning elab praegu Williamstownis, Massachusettsis. "Tõestus" on tema teine täispikk näitemäng. Auburn alustas kirjutamist politoloogiatudengina Chicago ülikoolis, pannes paberile tudengiteatri jaoks mõeldud sketše ning filmistsenaariume, tema esimene pikem näidend toodi lavale 1997. aastal off-Broadwayl. "Tõestuse" maailmaesietendus toimus 2000. aastal Broadwayl ning 2001. aastal võitis Auburn näidendi eest Pulitzeri preemia ja Tony auhinna. Pärast "Tõestusega" saavutatud edu pöördus Auburn tagasi filmistsenaariumide juurde ning sõlmis filmikompaniiga "Miramax" kokkuleppe instseneerida Paul Watkinsi romaan "Võltsija".

**Imaginaararv** on kompleksarv, mille imaginaarosa kordaja erineb nullist, s.t. kompleksarv, mis ei ole reaalarv. Imaginaararv avaldub kujul  $a + bi$ , kus  $a$  ja  $b \neq 0$  on reaalarvud ning  $i$  on imaginaarühik.

**Algarv** on ühest suurem naturaalarv, millel on ainult kaks naturaalarvulist jagajat: arv 1 ja see arv ise. Algarvud paiknevad naturaalarvude jadas ebakorrapäraselt, esimesed kuus algarvu on 2, 3, 5, 7, 11 ja 13. Algarve on piiramatu hulk.

### **Fermat' viimane (e. suur) teoreem**

Arutledes Pythagorase võrrandi

$$x^2 + y^2 = z^2$$

üle, kritseldas prantsuse matemaatik Pierre de Fermat (1601-1665) endale kuuluva Diophantose "Aritmeetika" köite servale väite, et võrrandile

$$x^n + y^n = z^n$$

ei ole võimalik lahendit leida, kui  $n > 2$ . Ta lisas, et on leidnud sellele väitele suurepärase tõestuse, aga leheserv on selle demonstreerimiseks liiga kitsas. Märge avastati alles pärast teadlase surma ning järgneva kolme sajandi jooksul sai Fermat' viimasest teoreemist üks maailma kuulsamaid matemaatilisi mõistatusi. Aastate jooksul leiti siiski hulgaliselt Fermat' teoreemi tõestusi erijuhtudel (1840. aastal lõi E. E.

Kummer arvude ideaalseteks teguriteks  
 lahutuse teooria, mis võimaldas tal  
 Fermat' teoreemi tõestada kõigi nn.  
 regulaarsete algarvude korral, 1976.  
 aastal demonstreeris S. Wagstaff, et  
 Fermat' hüpotees kehtib kõigi  
 algarvude  $n \leq 10^5$  korral (jne.) Suurem  
 läbimurre toimus 1985. aastal, kui  
 saksa teadlane Gerhard Frey tuli välja  
 ideega, et modulaarhüpoteesist peaks  
 järelduma Fermat' suur teoreem, andes  
 seega võtme teoreemi tõestamiseks,  
 ning 1993. aastal leidis inglane Andrew  
 Wiles sellele tõestuse. Tegemist ei ole  
 siiski Fermat' omaaegse võimaliku  
 arenduskäigu taasavastamisega. Wiles'i  
 tõestus on kaasaegne, 20. sajandi  
 tehnikaid kasutav, 150-leheküljeline  
 töö, mille teostamine oleks olnud  
 võimatu isegi 19. sajandil, rääkimata  
 siis 17. sajandist. Kas Fermat'  
 elegantne 17. sajandi tõestus üldse  
 eksisteeris või mitte, jääb saladuseks,  
 küll on aga püüded leida vahendeid  
 tema teoreemi tõestamiseks ergutanud  
 sajandite vältel märkimisväärselt  
 arvuteooria, algebra ja algebralise  
 geomeetria arengut.

Next, +  
of 'com  
the fac'

The  
just  
his nu  
mately  
Th

front  
(x

4653

x + y  
z

z  
h<sup>2</sup> = 8

$$x = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)y = t,$$

$$y = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)z + t,$$

$$z = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{5}\right)x + t.$$

for the numbers  $x', y', z', t'$   
 and of the same respective colors,  
 set  $x = \frac{1}{3}y = t$

### Sophie Germain (1776-1831)

Sophie Germain oli rikka kaupmehe tütar, kes koolitas end iseseisvalt üheks oma ajastu silmapaistvamaks matemaatikuks. Legendi järgi andis talle tõuke matemaatikaga tegelemiseks Plutarchose kirjeldus Archimedese tapmisest. Archimedes, kes oli süvenenud liivale joonistatud geomeetrilise probleemi lahendamisse, jättis tähelepanuta Sürakuusa vallutanud Rooma leegioni sõduri küsimuse ja raevunud sõdur torkas ta odaga surnuks. 13-aastane Sophie otsustas, et ala, mis põhjustab sellist süvenemist, on lähemat uurimist väärt ning pühendas end jäägitult matemaatikale.

$$x' = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)y' = t'$$

$$y' = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)z' + t'$$

$$z' = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{5}\right)x' + t'$$

The first part of the problem is  
 linear and the solution is  
 reduced to a Diophantine equation  
 for  $x, y, z, t$ . The general solution to the  
 three equations is given  
 $x, y, z, t = m \cdot (2266, 1662, 1580$

$$54, m = 4657$$

$$y = 4657 \cdot 3828 = k$$

$$z + t = 4657 \cdot 2471 = k$$

$$z + t$$

$$8(z + t) + 1 = 8 \cdot 4657 \cdot 2471 \cdot a^2 + 1$$

$n$	$x_n$	$y_n$
1	15	4
2	449	120
3	15435	3596
4	423275	107760
5	11202775	322920
6	282277049	907683

Germaini huvideringi kuulusid akustika, matemaatiline elastsusteooria ja kõrgem aritmeetika. Suurimat tähelepanu äratas tema töö seoses Fermat' teoreemiga. 1825. aasta paiku tõestas Germain, et Fermat' teoreemi variant, kus  $x, y$  või  $z$  ei ole  $n$ -ga jagatav, on kehtiv teatud algarvude korral. Kui nii  $n$  kui ka  $2n+1$  on algarvud, siis  $n$  on Germaini algarv.

Seetõttu kuulub Germaini algarvude nimekirja näiteks 5, kuna 11 ( $2 \times 5 + 1$ ) on samuti algarv, aga sinna ei kuulu 13, kuna 27 ( $2 \times 13 + 1$ ) ei ole algarv.

Suurim selline arv on uusimate andmete kohaselt mitte  $92,305 \times 2^{16,998} + 1$ , nagu väidetakse näidendis, vaid  $109433307 \times 2^{66452} - 1$ .

$$1 + \frac{1}{3 + \sqrt{14}}$$

is the continued fraction expansion of  $3 + \sqrt{14}$  purely periodic with period length 4.

$$3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}} = \frac{15}{4}$$

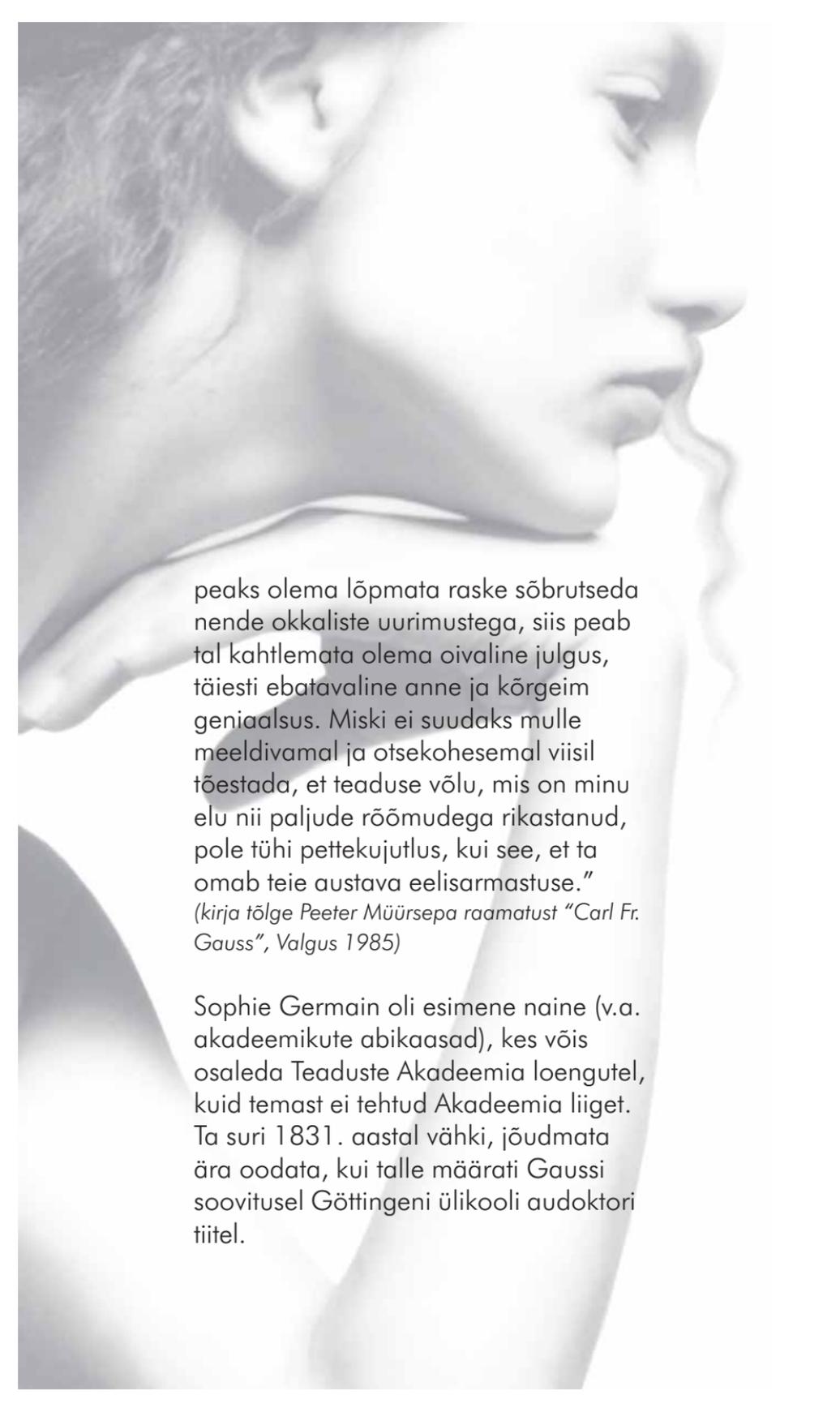
$x_1' = 15$   
 $y_1 = 4$   
 $15^2 = 14 \cdot 4^2 + 1$   
 $(15 + 4\sqrt{14})^2 = 449 + 120\sqrt{14}$ , so  $x_2 = 449$ ,  $y_2 = 120$

Naisterahval ei olnud sel ajastul võimalik ülikooli astuda, seega suhtles Germain kolleegidega kirja teel, võttes endale pseudonüümiks nime monsieur LeBlanc. Kõige rohkem on tuntud tema kirjavahetus Carl Friedrich Gaussiga, kes oli sel ajal maailma juhtiv teadlane arvuteooria alal. Monsieur LeBlanc pidi oma valenimest loobuma pärast seda, kui ta oli aidanud Gaussil lahendada arusaamatusi prantslastega, kes ähvardasid tollal vallutada Hannoverit. Oma kirjas 30. aprillil 1807 tänab Gauss Sophie'd abi eest ja lisab: "Ma ei suuda kirjeldada oma imetlust ja imestust, mida tundsin, kui minu hinnatud korrespondent monsieur LeBlanc osutus selleks kuulsaks isiksuseks, kes annab hiilgava näite sellest, mida mul oleks raske uskuda. Üllatus on seda suurem, et huvi abstraktsete teaduste vastu üldse ja eelkõige arvude saladuste vastu on haruldane. Selle üleva teaduse nõiduslikku võlu tunnetavad ainult need, kel jätkub julgust tungida küllalt sügavale. Kui neid raskusi suudab ületada isik, kelle soole meie mõtlemistavade ja eelarvamuste tõttu

*Oma kirj*

*is  
võrd*

*449*



peaks olema lõpmata raske sõbrutseda nende okkaliste uurimustega, siis peab tal kahtlemata olema oivaline julgus, täiesti ebatavaline anne ja kõrgeim geniaalsus. Miski ei suudaks mulle meeldivamal ja otsekohesemal viisil tõestada, et teaduse võlu, mis on minu elu nii paljude rõõmudega rikastanud, pole tühi pettekujutus, kui see, et ta omab teie austava eelisarmastuse.”

*(kirja tõlge Peeter Mürsepa raamatust "Carl Fr. Gauss", Valgus 1985)*

Sophie Germain oli esimene naine (v.a. akadeemikute abikaasad), kes võis osaleda Teaduste Akadeemia loengutel, kuid temast ei tehtud Akadeemia liiget. Ta suri 1831. aastal vähki, jõudmata ära oodata, kui talle määrati Gaussi soovitusel Göttingeni ülikooli audoktori tiitel.

## **Töörühm**

Lavastusala juhataja:

Sirli Bergström

Dekoratsioonid:

Tiit Villemsoo juhtimisel

Airi Look, Andres Päsuke, Eha Vacht

Kostüümid:

Hilje Bergi juhtimisel Tiina Arro,

Jaana Leib, Aalja Soome

Heli:

Indrek Tiisel, Kalle Nettan

Valgus:

Villu Oper, Voldemar Linna

Rekvisiit:

Hannele Lehtla, Illi Allabert,

Daissa Maripuu

Grimm:

Anu Konze, Mai Mänd,

Enda Karimõisa

Riietajad:

Ene Villemsoo, Marion Mitt

Lava:

Jaan Kaljuranna juhtimisel

Kava koostas Triin Sinissaar

Kava kujundus ja fototöötlus

Katre Rohumaa

Fotode autor Tarvo Hanno Varres

Modell Helen Ehandi

[www.linnateater.ee](http://www.linnateater.ee)